«معادلات»

معادله‌ی درجه‌ی اول = معادله به صورت $ax+b=0$ می‌باشد
که معادله خط راست با شیب a و عرض از مبدأ b می‌باشد
ریشه‌ی معادله‌ی درجه‌ی اول بالا به صورت $x=-\frac{b}{a}$ می‌باشد
که نشان‌دهنده‌ی برخورد با محور xها می‌باشد.

تعیین علامت عبارت درجه‌ی اول = ابتدا ریشه‌ی معادله (عبارت) را
که همان $-\frac{b}{a}$ می‌باشد را بدست آورده و به صورت زیر
در جدول تعیین علامت قرار می‌دهیم.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	مخالف علامت a	0	موافق علامت a

در جدول روبرو به ازای
xهای کوچکتر از $-\frac{b}{a}$ $(x<-\frac{b}{a})$
علامت y همواره منفی و نمودار زیر محور xها قرار می‌گیرد و
به ازای xهای بزرگتر از $-\frac{b}{a}$ $(x>-\frac{b}{a})$ علامت y همواره
مثبت و نمودار بالای محور xها قرار می‌گیرد.

مثال = عبارت $y=2x+6$ را تعیین علامت کنید و نمودار
آن را رسم کنید.

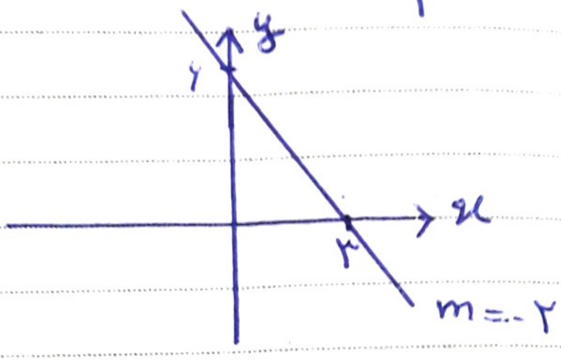
Year. Month. Date. Subject :

ابتدا ریشه ی عبارت را بدست می آوریم و سپس

در جدول تعیین علامت قرار می دهیم.

$$y=0 \Rightarrow -2x+6=0 \Rightarrow -2x=-6 \Rightarrow x=\frac{-6}{-2}=3$$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$2x+6$	$+$	0	$-$



در جدول بالا در فاصله ی $(-\infty, 3)$ نمودار بالای محور xها

و y همواره مثبت و در فاصله ی $(3, +\infty)$ نمودار زیر محور xها

و y همواره منفی می باشد و در نمودار بالا ۶ عرض از مبدأ و

۳ ریشه ی معادله و ۲- شیب خط می باشد

معادله ی درجه ی دوم = معادله به صورت $ax^2+bx+c=0$

را معادله ی درجه ی دوم گویند که شکل یک سهمی می باشد

تعیین علامت عبارت درجه ی دوم = برای تعیین علامت

سه حالت زیر را در نظر می گیریم.

۱) $\Delta=b^2-4ac>0$ = در این حالت معادله دو ریشه دارد یعنی

~~نمودار آن محور xها را در دو نقطه قطع می کند که جدول~~

Year. Month. Date. Subject :

تغییر علامت آنکه به صورت زیر می باشد

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
	موافق علامت a	مخالف علامت a	موافق علامت a	

x_1 و x_2 را از رابطه زیر می توان بدست آورد.

ریشه های عبارت $\Rightarrow x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

۲) $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ = در این حالت معادله یک ریشه دارد

که ریشه ی مضاعف می باشد و برابر $x = -\frac{b}{2a}$ می باشد

وجدول تغییر علامت آنکه به صورت زیر می باشد

x	$-\infty$	x	$+\infty$
ax^2+bx+c	موافق علامت a		موافق علامت a

در این حالت نمودار بر محور x ها مماس می باشد.

۳) $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ = در این حالت معادله ریشه ندارد و

جدول تغییر علامت آنکه به صورت زیر می باشد

x	$-\infty$	$+\infty$
ax^2+bx+c	همواره موافق علامت a	

تغییر علامت = برای تغییر علامت عبارتی که به صورت

$\frac{f(x)}{g(x)}$ می باشد ریشه های صورت و مخرج را بدست می آوریم

و ریشه ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار داده و

Month. Date. Subject :

عبارت ها را تعیین علامت می کنیم و برای تعیین علا
عبارتی که به صورت $f(x)\,g(x)$ می باشد ریشه های
از عبارت ها را بدست آورده و مانند بالا تعیین علا
می کنیم و در آخر علامت ها را در هم ضرب می کنیم

نکته ی مهم = عبارت های همواره مثبت عبارت ا

۱) عبارت قدر مطلق ($|x-6|$)

۲) پرانتز با توان زوج ($(x-3)^2$)

۳) عبارت های رادیکال با فرجه ی زوج ($\sqrt[2n]{x+4}$)

برای تعیین علامت این عبارت ها ابتدا آن ها را برا
قرار داده و ریشه های آن را بدست می آوریم و در د
تعیین علامت قرار می دهیم و علامت آن ها همواره مثبت می با

مثال = عبارت های زیر را تعیین علامت کنی

$$P = \frac{(-x^2+6x-9)\,(x-1)^2}{(-4x+7)\,(x^2+1)}$$

ابتدا ریشه های هر یک از عبارت را بدست می

KHATEREH

1) $-x^2+6x-9=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac=(6)^2-4(-1)(-9)$

$\Delta=36-36=0$

$\Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow \boxed{x=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{2(-1)}=3}$

2) $(x-1)^2=0 \xrightarrow[\text{مثبت}]{\text{عبارت همواره}} x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

3) $x^2+1=0 \Longrightarrow \boxed{x^2=-1}$ دهکو ⇐ عبارت همواره مثبت

4) $-4x+7=0 \Longrightarrow -4x=-7 \Rightarrow \boxed{x=\frac{7}{4}}$

x	$-\infty$	1		$\frac{7}{4}$		3	$+\infty$
$-x^2+6x-9$	$-$		$-$		$-$	0	$-$
$-4x+7$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
x^2+1	$+$		$+$		$+$		$+$
$(x-1)^2$	$+$	0	$+$		$+$		$+$
P	$-$		$-$		$+$		$+$

علامت ها را درهم ضرب کرده ایم

مثال =

② $P=(x^2-2x+5)(x^2+7x+12)(x+2)$

ابتدا ریشه های هر یک از عبارات را بدست می آوریم

1) $x^2-2x+5=0 \Rightarrow \Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=-4<0$

معادله ریشه ندارد

2) $x^2+7x+12=0 \Rightarrow \Delta=1>0$

معادله دو ریشه دارد

$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-7+\sqrt{1}}{2(1)}=-3$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-7-\sqrt{1}}{2(1)}=-4$

۳) $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

x	$-\infty$		-4		-3		-2		$+\infty$
x^2-2x+5		$+$		$+$		$+$		$+$	
$x^2+7x+12$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
P		$-$		$+$		$-$		$+$	

معادلات گویا = عبارت‌هایی به فرم $\frac{f(x)}{g(x)}$ را عبارت‌های گویا
می‌نامند. برای حل معادلات گویا

۱) اگر معادله به صورت $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{P(x)}{q(x)}$ باشد با طرفین
وسطین جواب را به دست آورده و در آخر جواب‌هایی قابل
قبول هستند که مخرج کسر را صفر نکنند.

۲) معادلاتی که به صورت $\frac{f(x)}{g(x)} + \frac{P(x)}{q(x)} + \dots = \frac{A(x)}{B(x)}$ ابتدا
تمام جملات را به یک طرف تساوی برده و مخرج مشترک
(ک.م.م) را بدست آورده و در تمام کسرها ضرب می‌کنیم
تا مخرج از بین برود و سپس معادله‌ی بدست آمده را
حل می‌کنیم و جواب‌هایی قابل قبول هستند که مخرج کسرها
را صفر نکنند.

Year. Month. Date. Subject :

بدست آوردن ک.م.م و ب.م.م چند جمله ای ها .

۱) ک.م.م = ابتدا عبارت ها را تجزیه می کنیم و حاصل ضرب عامل های غیر مشترک در عامل های مشترک با بیشترین توان ک.م.م می باشد .

۲) ب.م.م = ابتدا عبارت ها را تجزیه می کنیم و عامل های مشترک با کمترین توان ب.م.م می باشد .

مثال : ک.م.م عبارت های زیر را بدست آورید؟

$f(x) = x^2(x+1) + (x+1) \Rightarrow$ فاکتور گیری

$g(x) = x^4 - 1 \Rightarrow$ تجزیه ابتدا عبارت ها را تجزیه می کنیم

$f(x) = (x+1)(x^2+1) \Leftarrow$ از $(x+1)$ فاکتور گرفته شده

$g(x) = (x^2-1)(x^2+1) = (x-1)(x+1)(x^2$

$\Rightarrow$ ک.م.م $= (x+1)(x-1)(x^2+1)$

مثال : ب.م.م عبارت های زیر را بدست آورید؟

$f(x) = x^3(x-1)(x+1)$

$\Rightarrow$ ب.م.م $= x^2(x+1$

$g(x) = x^2(x+1)(x+2)$

KHAT

Year. Month. Date. Subject :

مثال : معادلات زیر را حل کنید:

① $\dfrac{3}{2x+1} = \dfrac{2}{x}$

از طرفین و وسطین استفاده می کنیم

$3(x) = 2(2x+1) \Rightarrow 3x = 4x+2 \Rightarrow 4x-3x+2=0$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

چون $x=-2$ مخرج کسر را صفر نمی کند

② $\dfrac{2}{x+1} + \dfrac{3}{2x-3} = \dfrac{6x+1}{(x+1)(2x-3)}$

مخرج مشترک (ک.م.م) را بدست آورده سپس آنرا

در تمام کسرها ضرب می کنیم تا مخرج از بین برود

ک.م.م $= (x+1)(2x-3)$

$\left(\cancel{(x+1)}(2x-3)\right)\dfrac{2}{\cancel{x+1}} + \left((x+1)\cancel{(2x-3)}\right)\dfrac{3}{\cancel{2x-3}}$

$-\dfrac{6x+1}{\cancel{(x+1)(2x-3)}}\left(\cancel{(x+1)(2x-3)}\right) = 0$

$2(2x-3)+3(x+1)-6x+1=0$

$\Rightarrow 4x-6+3x+3-6x-1=0 \Rightarrow x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=4}$

چون $x=4$ مخرج کسرها را صفر نمی کند پس قابل قبول می باشد

Year. Month. Date. Subject :

مثال = اگر ۲ یکی از ریشه های معادله $\frac{x+4}{3x}-\frac{2x}{x-m^2}=2$ باشد m را بدست آورید.

چون ۲ یکی از ریشه های معادله می باشد پس به جای x در معادله ۲ قرار می دهیم

$$\frac{2+4}{3(2)}-\frac{2(2)}{2-m^2}=2 \Rightarrow \frac{6}{6}-\frac{4}{2-m^2}=2$$

$$\Rightarrow 1-\frac{4}{2-m^2}=2 \Rightarrow \frac{-4}{2-m^2}=\frac{1}{1} \Rightarrow 2-m^2=-4$$

$$-m^2=-6 \Rightarrow m=\pm\sqrt{6}$$

معادلات گنگ = معادلاتی که شامل عبارت رادیکالی می باشند

برای حل معادلات گنگ:

۱) معادله دارای یک عبارت رادیکالی باشد = برای حل عبارت رادیکالی را در یک طرف تساوی قرار داده و بقیه ی عبارت را در طرف دیگر قرار می دهیم و معادله به صورت $f(x)=g(x)$ در می آید که هر دو طرف را به توان فرجه ی رادیکال می رسانیم و جواب معادله ی بدست آمده

Year. Month. Date. Subject :

را بدست می آوریم و در آخر جواب هایی قابل قبول هستند

که : اولاً زیر رادیکال را منفی نکنند و ثانیاً تساوی برقرار باشد

۲) معادلاتی که دارای بیش از یک رادیکال باشند = باید

معادله را به توان ۲ برسانیم تا تعداد رادیکال ها کاهش یابد

برای نمونه :

1) $\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)} = A(x) \Rightarrow \sqrt{f(x)} = A(x) + \sqrt{g(x)}$

$\Longrightarrow$ به توان ۲ می رسانیم

۲) $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = \sqrt{A(x)} \Longrightarrow$ به توان ۲ می رسانیم

در این موارد باید معادله را بیش از یک بار به توان رساند

نکته ی مهم = اگر حاصل یک عبارت رادیکالی یک عدد منفی شد معادله جواب ندارد

مثال = معادلات زیر را حل کنید :

① $\sqrt{2x+3} + 4 = 0 \Rightarrow \sqrt{2x+3} = -4$

غ ق ق زیرا حاصل یک عبارت رادیکالی یک عدد منفی شده و معادله جواب ندارد

② $\sqrt{5x+9} = 2x+3 \Rightarrow (\sqrt{5x+9})^2 = (2x+3)^2$

$5x+9 = 4x^2 + 12x + 9 \Rightarrow 4x^2 + 7x = 0$

KHATEREH

Year. Month. Date. Subject :

$$\Rightarrow x(4x+7)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{ق ق} \\ 4x+7=0 \Rightarrow 4x=-7 \Rightarrow x=-\frac{7}{4} \end{cases}$$

$x=-\frac{7}{4}$ غیر قابل قبول می باشد زیرا به ازای آن که تساوی برقرار نمی باشد

③ $\sqrt{4x+5}-\sqrt{3x+1}=1$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{4x+5}\right)^2=\left(1+\sqrt{3x+1}\right)^2 \Rightarrow 4x+5=1+2\sqrt{3x+1}+3x+1$$

$$(x+3)^2=\left(2\sqrt{3x+2}\right)^2 \Rightarrow x^2+6x+9=12x+4$$

$$\Rightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow (x-1)(x-5)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 & \text{ق ق} \\ x=5 & \text{ق ق} \end{cases}$$

④ $-\sqrt{2\sqrt{7x+2}}=\sqrt{3x+2}$ $\Longrightarrow$ به توان ۲ می رسانیم

$$\Rightarrow \left(-\sqrt{2\sqrt{7x+2}}\right)^2=\left(\sqrt{3x+2}\right)^2 \Rightarrow 2\sqrt{7x+2}=3x+2$$

$$\left(2\sqrt{7x+2}\right)^2=(3x+2)^2 \Rightarrow 4(7x+2)=9x^2+12x+4$$

$$\Rightarrow 28x+8=9x^2+12x+4 \Rightarrow 9x^2-16x-4=0$$

از روش Δ معادله را حل می کنیم

⑤ $\sqrt[3]{x^5+2-\sqrt{x^2+x+4}}=x\sqrt[3]{x^2}$ $\Longrightarrow$ به توان ۳ می رسانیم

$$x^5+2-\sqrt{x^2+x+4}=(x^3)(x^2) \Rightarrow 2-\sqrt{x^2+x+4}=x^5-x^5$$

$$\sqrt{x^2+x+4}=2 \xrightarrow[\text{می رسانیم}]{\text{به توان ۲}} x^2+x+4=4 \rightarrow x^2+x=0$$

Year. Month. Date. Subject :

$$x^2+x=0 \Rightarrow x(x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{ق ق} \\ x=-1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

معادلات دومجذوری = معادله بر شکل $ax^4+bx^2+c=0$ را معادله‌ی دومجذوری می‌گویند

روش حل = برای حل این نوع معادله ابتدا با تغییر متغیر $x^2=t$ معادله را به معادله‌ی درجه‌ی دوم $at^2+bt+c=0$ در می‌آوریم و سپس ریشه‌های معادله را بدست می‌آوریم و در آخر x را بدست می‌آوریم

هر معادله‌ای که با تغییر متغیر به معادله درجه‌ی دوم تبدیل شود معادله‌ی دومجذوری می‌گویند عبارت‌های زیر فرمول‌های نهایی از معادلات دومجذوری می‌باشند

1) $(\sqrt{x}-1)^2+3(\sqrt{x}-1)+2=0 \Rightarrow \sqrt{x}-1=t$

2) $(x+\frac{1}{x})^2+(x+\frac{1}{x})-6=0 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=t$

مثال = ریشه‌های معادله‌ی $(x^2+x)^2-18(x^2+x)+72=0$ را بدست آورید

این معادله یک معادله‌ی دومجذوری می‌باشد که با انتخاب $x^2+x=t$ معادله را به شکل $t^2-18t+72=0$ ساده کرده و معادله

KHATEREH

Year. Month. Date. Subject :

$t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow (t-12)(t-6) = 0$ را حل می کنیم

$t = 12 \quad , \quad t = 6$

حال متغیر x را بدست می آوریم

$x^2 + x = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 > 0 \Rightarrow x_1 = 3$

$x_2 = -4$

$x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 > 0 \Rightarrow x_3 = 2$

$x_4 = -3$

تعداد و علامت ریشه های معادله ی دو مجذوری

$ax^4 + bx^2 + c = 0 \xrightarrow{x^2 = t} at^2 + bt + c = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

1) $\Delta > 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \text{ و } \frac{c}{a} > 0 \text{ و } -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow \text{چهار ریشه ی حقیقی متمایز} \\ \Delta > 0 \text{ و } \frac{c}{a} > 0 \text{ و } -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \text{ریشه ی حقیقی ندارد} \\ \Delta > 0 \text{ و } \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \text{دو ریشه حقیقی متمایز} \end{cases}$

2) $\Delta = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \text{ و } -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \text{دو ریشه ی حقیقی متمایز} \\ \Delta = 0 \text{ و } -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow \text{ریشه ی حقیقی ندارد} \end{cases}$

3) $\Delta < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه ی حقیقی ندارد

مثال : اگر معادله ی $x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$ دارای

چهار ریشه ی حقیقی متمایز باشد مجموعه مقادیر m را بدست آوریم

معادله یک معادله ی دو مجذوری می باشد که با انتخاب $x^2 = t$

Year. Month. Date. Subject :

معادله را به معادله‌ی درجه‌ی دوم $t^2-(m+2)t+m+5=0$ تبدیل کرده

حال برای اینکه معادله دارای چهار ریشه‌ی حقیقی متمایز باشد

باید هر سه شرط $\Delta>0$ و $\frac{c}{a}>0$ و $-\frac{b}{a}>0$ برقرار باشد

1) $\Delta>0 = b^2-4ac>0 \Rightarrow (m+2)^2-4(1)(m+5)>0$

$\Rightarrow m^2+4m+4-4m-20>0 \Rightarrow m^2-16>0$

$\xrightarrow{\text{با تعیین علامت}}$

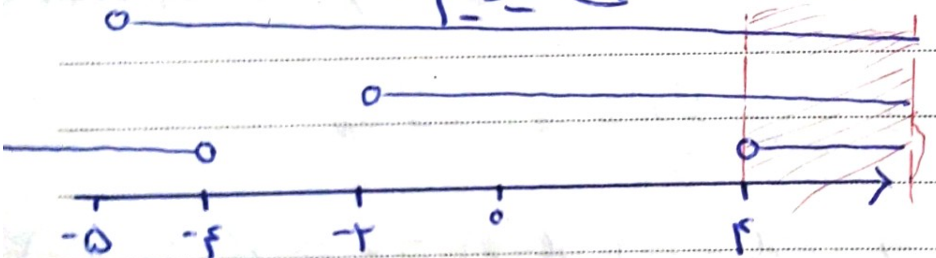
x	$-\infty$	-4		$+4$	$+\infty$
m^2-16	$+$	0	$-$	0	$+$
	ج				ج

$\Rightarrow m<-4 \,,\, m>4$

2) $-\frac{b}{a}>0 \Rightarrow m+2>0 \Rightarrow m>-2$

3) $\frac{c}{a}>0 \Rightarrow m+5>0 \Rightarrow m>-5$

حال از سه شرط اشتراک می‌گیریم



$\Rightarrow m>4$

معادله‌ی تقاطع: برای بدست آوردن معادله‌ی تقاطع

دو معادله‌ی $y=f(x)$ و $y=g(x)$ کافی است دو معادله

را برابر هم قرار دهیم و معادله‌ای بدست آمده را برحسب

x مرتب می‌کنیم.

Year. Month. Date. Subject :

طول نقطه‌ی تقاطع = برای بدست آوردن طول نقطه‌ی تقاطع کافی است ریشه‌ی معادله‌ی تقاطع را بدست آوریم.

عرض نقطه‌ی تقاطع = برای بدست آوردن نقطه‌ی تقاطع (عرض) کافی است طول نقطه‌ی تقاطع را در یکی از $y=f(x)$ یا $y=g(x)$ قرار دهیم تا عرض تلاقی بدست آید.

مثال = طول و عرض تلاقی دو معادله‌ی $y=-x+2$ و $y=x^2-6x+8$ را بدست آورید.

ابتدا معادله‌ی تقاطع را بدست می‌آوریم.

$$y_1=y_2 \Rightarrow -x+2=x^2-6x+8 \Rightarrow x^2-6x+x+8-2=$$

$x^2-5x+6=0 \Leftarrow$ معادله‌ی تقاطع

$$x^2-5x+6=0 \Rightarrow (x-3)(x-2)=0 \Rightarrow x=2 , x=3$$

$$x=3 \Rightarrow y=-x+2 \Rightarrow y=-1$$

$$x=2 \Rightarrow y=-x+2 \Rightarrow y=0$$

$\Rightarrow \begin{cases} (3,-1) \\ (2,0) \end{cases}$ نقاط تلاقی

نکته‌های مهم در حل معادلات

۱) اگر در حل معادلات به حالت $a=b$ (مانند $2=3$)

Year. Month. Date. Subject :

یم معادله جواب ندارد

۲) اگر در حل معادلات به حالت $a=a$ (مانند ۳=۳) رسیدیم معادله بیشمار جواب دارد.

۳) وقتی حاصل ضرب چند عبارت صفر می باشد یعنی هر کدام از عبارت ها صفر می باشد

عنوان مثال: $(x^3)(x^2+3)(2x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x^3=0 \\ x^2+3=0 \\ 2x=0 \end{cases}$

۴) وقتی حاصل جمع چند عبارت نامنفی (همواره مثبت) برابر صفر می شود یعنی هر کدام از عبارات برابر صفر می باشد

$\sqrt[4]{2x+14}+|x-2|+(x-1)^2=0 \Rightarrow \begin{cases} |x-2|=0 \\ (x-1)^2=0 \\ \sqrt[4]{2x+14}=0 \end{cases}$

نامعادلات:

۱) نامعادلات گویا: برای حل نامعادلات گویا ابتدا تمام کسر ها را به یک طرف نامساوی برده و نامعادله را به صورت $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ یا $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ درآورده و سپس صورت و مخرج را تجزیه می کنیم و در آخر با استفاده از جدول تعیین علامت مجموعه جواب را بدست می آوریم

KHATER

تذکر = هیچگاه در نامعادلات کسری از مخرج مشترک گیری (ک.م.م) برای حذف مخرج کسر استفاده نکنیم یعنی مخرج کسر نباید حذف شود.

مثال = مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x}>1$ را بدست آورید؟

$$\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x}-1>0 \Rightarrow$$

$$\frac{2(x)-3(x-2)-(x-2)(x)(1)}{(x-2)x}>0 \Rightarrow \frac{2x-3x+6-x^2+2x}{(x-2)x}>0$$

$$\Rightarrow \frac{-x^2+x+6}{(x-2)x}>0 \Longrightarrow$$ عبارت درجه دوم را در یک منفی ضرب کرده و جهت نامساوی عوض می‌شود

$$-\frac{(-x^2+x+6)}{(x-2)x}>0 \Rightarrow \frac{x^2-x-6}{(x-2)x}<0 \Rightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x-2)x}<0$$

حال عبارت را تعیین علامت می‌کنیم

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$x=0 \Rightarrow x=0$

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
<0 ⇐ منفی جواب می‌باشد		$+$		$-$		$+$		$-$		$+$	
				ج				ج			

حال از جواب‌های منفی اجتماع می‌گیریم $(-2,0)\cup(2,3)$

مثال = مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{x-1}{x+1} > 2x$ را بدست آورید.

$$\frac{x-1}{x+1} - 2x > 0 \Rightarrow \frac{x-1-2x(x+1)}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x^2-x-1}{x+1} > 0$$

حال عبارت را تعیین علامت می‌کنیم

1) $-2x^2-x-1=0 \Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow$ معادله ریشه ندارد

2) $x+1=0 \Rightarrow x=-1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$
$-2x^2-x-1$	$-$	|	$-$
>0	$+$	|	$-$
	ج		

علامت مثبت جواب می‌باشد

مجموعه جواب $= (-\infty, -1) \Rightarrow x<-1$

۲) نامعادله‌ی اصم (رادیکالی) = هر نامعادله‌ای که شامل عبارت‌های جبری رادیکالی باشد را نامعادله‌ی گنگ می‌نامند

برای حل اینگونه نامعادلات ابتدا دامنه‌ی عبارت رادیکالی را بدست می‌آوریم و سپس دو طرف نامساوی را به توان فرجه‌ی رادیکال می‌رسانیم و جواب نامعادله را بدست می‌آوریم و در آخر از مجموعه جواب نامعادله و دامنه‌ی

عبارت های رادیکالی اشتراک می گیریم.

مثال: مجموعه جواب نامعادله ی $(x^2-2)(2+\sqrt{x}) \leq 2x+x\sqrt{x}$

را بدست آوریم.

ابتدا دامنه عبارت رادیکالی را بدست می آوریم

$x \geq 0 \Rightarrow D = x \geq 0$

$(x^2-2)\cancel{(2+\sqrt{x})} \leq x\cancel{(2+\sqrt{x})}$

$x^2-2 \leq x \Rightarrow x^2-2-x \leq 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) \leq$

حال عبارت را تعیین علامت می کنیم

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

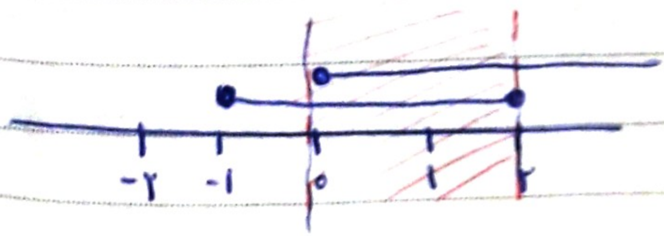
x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
≤ 0	$+$		$-$		$+$

ج

$-1 \leq x \leq 2$ = جواب

حال از جواب و دامنه اشتراک می گیریم

$\{-1 \leq x \leq 2\} \cap \{x \geq 0\} = 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow [0, 2]$



مثال: نامعادله‌ی $2-\sqrt{2x-3}\geq 0$ را حل کنید.

ابتدا دامنه‌ی عبارت رادیکالی را بدست می‌آوریم

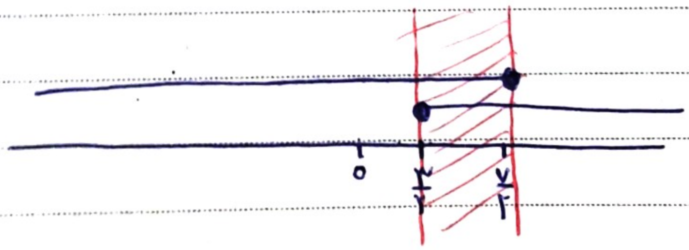
$D = 2x-3 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq \frac{3}{2}}$ ①

$2-\sqrt{2x-3}\geq 0 \Rightarrow \sqrt{2x-3} \leq 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}}$

$2x-3 \leq 4 \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{7}{2}}$ ②

حال از دامنه و جواب نامعادله اشتراک می‌گیریم

$① \cap ② = \left(x \geq \frac{3}{2}\right) \cap \left(x \leq \frac{7}{2}\right)$



$$\boxed{\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}}$$

حل نامعادله به صورت $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$

برای حل اینگونه نامعادله ابتدا نامعادله $f(x)\leq h(x)$ را حل کرده و سپس $g(x)\leq f(x)$ را حل می‌کنیم و سپس از جواب‌ها اشتراک گرفته و مجموعه جواب را بدست می‌آوریم

مثال ۶ـ مجموعه جواب نامعادله $3x-7 < 4x+3 \leq x-8$ را بدست آورید؟

ابتدا نامعادله $4x+3 \leq x-8$ را حل می کنیم

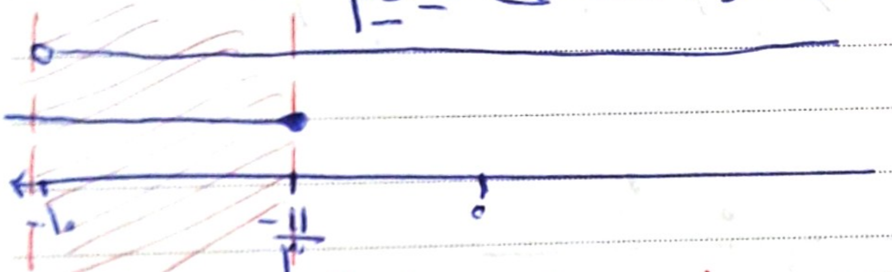
① $4x+3 \leq x-8 \Rightarrow 4x+3-x+8 \leq 0$

$3x+11 \leq 0 \Rightarrow \boxed{x \leq -\frac{11}{3}}$

② $3x-7 < 4x+3 \Rightarrow 4x-3x+7+3 > 0$

$x+10 > 0 \Rightarrow \boxed{x > -10}$

حال از جواب ها اشتراک می گیریم



$\Rightarrow (-10, -\frac{11}{3}]$

حل نامعادله به صورت $f(x) \times g(x) \times \dots \geq 0$

برای حل اینگونه نامعادلات هر یک از عبارات را برابر صفر قرار می دهیم و ریشه های آنها را بدست می آوریم و ریشه ها را از کوچک به بزرگ در جدول تعیین علامت قرار می دهیم و در آخر با توجه به علامت نامعادله مجموعه جواب را بدست می آوریم

Year. Month. Date. Subject :

مثال ۴: نامعادله‌ی $(3x+6)(x^2+4x+3)^2>0$ را حل کنید؟

ابتدا هر یک از عبارت‌ها را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$3x+6=0 \Rightarrow 3x=-6 \Rightarrow x=-\frac{6}{3}=-2$$

$$(x^2+4x+3)^2=0 \Rightarrow x^2+4x+3=0 \Rightarrow (x+3)(x+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

	$-\infty$	-3		-2		-1		$+\infty$
$3x+6$	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x^2+4x+3)^2$	$+$	0	$+$		$+$	0	$+$	
>0	$-$		$-$		$+$		$+$	
					ج		ج	

$$\text{مجموعه جواب} = (-2,-1)\cup(-1,+\infty)$$

توجه: در مثال بالا عبارت $(x^2+4x+3)^2$ همواره مثبت می‌باشد